Nr. 574

Unternehmensbewertung mit dem WACC-Verfahren bei konstantem Verschuldungsgrad[*]

Felix Streitferdt[**]

April 2003

[*] Für wertvolle Hinweise danke ich Andreas Löffler und Peter Nippel.

[**] Dr. Felix Streitferdt, Allianz AG, Königinstraße 28, 80802 München, e-mail: streitferdt@hotmail.com.

1. Einleitung

In einem viel beachteten Beitrag haben Miles und Ezzell eine einfache Formel für den beim WACC-Verfahren heranzuziehenden Diskontierungszins hergeleitet[1]. Dabei unterstellen die Autoren unsichere zukünftige Cash Flows und einen konstanten Verschuldungsgrad. Diese Formel für die WACC ist vor kurzem von Löffler in Frage gestellt worden[2]. Löffler zeigt anhand von Beispielen, dass trotz Vorliegen der bereits genannten Voraussetzungen eine Arbitragemöglichkeit besteht, wenn die Miles/Ezzell-Formel zur Bewertung herangezogen wird. Wie in diesem Beitrag erläutert wird, ist dies auf die von Miles/Ezzell getroffenen Annahmen bezüglich der Bewertung zukünftiger Unternehmenswerte zurückzuführen. Sie unterstellen, dass in jedem zukünftigen Zeitpunkt die Unternehmenswerte das gleiche bewertungsrelevante Risiko aufweisen wie die Cash Flows. Diese Annahme ist aber ökonomisch nicht plausibel. Während das Risiko des Cash Flows in einem Zeitpunkt durch die Gegebenheiten einer einzelnen Periode determiniert wird, ist für das Risiko des Unternehmenswerts die langfristige Perspektive des Unternehmens relevant. Es scheint somit realistischer, dass die bewertungsrelevanten Risiken der zukünftigen Unternehmenswerte und der zukünftigen Cash Flows voneinander abweichen. Aus diesem Grund wird analytisch gezeigt, wie die Bewertungsformel von Miles/Ezzell angepasst werden muss, wenn die bewertungsrelevanten Risiken von Unternehmenswerten und Cash Flows nicht identisch sind.

2. Die Miles/Ezzell-Analyse

In diesem Kapitel werden die Grundüberlegungen der Analyse von Miles/Ezzell dargelegt. Dabei wird auf eine formale Herleitung verzichtet, da diese im Originalartikel nachzulesen ist und gleichzeitig für die hier angestellten Überlegungen zunächst nur der ökonomische Hintergrund von wesentlicher Bedeutung ist. Für das weitere Vorgehen werden unsichere Größen mit einer Tilde (~) gekennzeichnet. Die Funktion $E(\cdot)$ steht für den Erwartungswert. Die verwendeten Symbole sind in Tabelle 1 zusammengefasst.

1 Vgl. Miles/Ezzell, (1980), S. 719.

2 Vgl. Löffler (2002a und b). Siehe auch Tham/Löffler (2002).

Variable	Bedeutung
$\widetilde{V}_t$	(erwartete) Wert der Unternehmung im Zeitpunkt *t*
$\widetilde{V}_t^u$	(erwartete) Wert der rein eigenfinanzierten Unternehmung im Zeitpunkt *t*
V_t^F	(erwartete) Wert der teilweise fremdfinanzierten Unternehmung im Zeitpunkt *t*
$V_{t\min}^F$	Minimum der möglichen Unternehmenswerte der teilweise fremdfinanzierten Unternehmung im Zeitpunkt t
$\widetilde{C}_t$	Cash Flow der rein eigenfinanzierten Unternehmung im Zeitpunkt *t*
T	Letzter Zeitpunkt in dem das Unternehmen einen Cash Flow generiert.
r_U	Kapitalkosten der rein eigenfinanzierten Unternehmung
r_U^*	Zins zur *einmaligen* Diskontierung der Cash Flows der rein eigenfinanzierten Unternehmung
r_E	Eigenkapitalkosten der teilweise fremdfinanzierten Unternehmung
r_t^*	Adäquater Diskontierungszins für den erwarteten Unternehmenswert der rein eigenfinanzierten Unternehmung im Zeitpunkt t.
ρ_{T-1}	Adäquater Diskontierungszins für den erwarteten Unternehmenswert der teilweise fremdfinanzierten Unternehmung im Zeitpunkt $T-1$
$WACC$	Durchschnittlicher um steuerliche Effekte angepasster Kapitalkostensatz
L	Verschuldungsgrad (Fremdkapital geteilt durch Unternehmenswert)
$\widetilde{F}_t$	Marktwert des Fremdkapitals im Zeitpunk t
B	Summe der Barwerte der zukünftigen Tax Shield im Zeitpunkt $t=0$
b	Barwert des Tax Shield aus dem Zeitpunkt t in $t=0$
s	Steuersatz
r_F	Fremdkapitalkostensatz

Tabelle 1: Variablenbezeichnung

Dem Miles/Ezzell-Modell liegen folgende Annahmen zugrunde:

- Es wird ein Unternehmen mit endlicher Laufzeit betrachtet, das zukünftig unsichere Cash Flows $\widetilde{C}$ generieren wird.

- Der Diskontierungszins für die Cash Flows der Unternehmung bei reiner Eigenfinanzierung r_U ist im Zeitablauf konstant. Begründet wird dies mit einem konstanten operativen Risiko des Unternehmens im Zeitablauf.
- Es existiert ein einfaches Steuersystem, in dem Fremdkapitalzinsen von der Bemessungsgrundlage abzugsfähig sind.
- Das Fremdkapital ist nicht ausfallgefährdet und die Fremdkapitalzinsen können stets vollkommen mit einer positiven Bemessungsgrundlage verrechnet werden.
- Der Steuersatz s, die Fremdkapitalkosten r_F und der Verschuldungsgrad L der Unternehmung verändern sich ebenfalls über die Laufzeit des Projekts nicht. Dabei wird der Verschuldungsgrad bezogen auf den Unternehmenswert der Vorperiode berechnet.
- Zahlungsströme mit gleichem bewertungsrelevantem Risiko werden mit dem gleichen Diskontierungszins abgezinst[3].

Miles/Ezzell verwenden nun folgende Bewertungsgleichung für den Wert der Unternehmung im Zeitpunkt *x*:

$$V_x = \sum_{t=x+1}^{T} \frac{E(\widetilde{C}_t)}{\prod_{i=t}^{t}(1+WACC_i)} \tag{1}$$

Dabei bezeichnet $E(\widetilde{C}_t)$ den Erwartungswert der Cash Flows der rein eigenfinanzierten Unternehmung im Zeitpunkt t und $WACC_i$ steht für den adäquaten Diskontierungszins der Cash Flows des Zeitpunkts *t* in der Periode *i*. Da die Diskontierungszinsen für die Cash Flows der rein eigenfinanzierten Unternehmung (r_U) annahmegemäß konstant sind, folgt aus (1) für die unverschuldete Unternehmung:

$$V_x^u = \sum_{t=x+1}^{T} \frac{E(\widetilde{C}_t)}{(1+r_U)^{t-x}} = \frac{E(\widetilde{C}_{x+1}+\widetilde{V}_{x+1}^u)}{1+r_U} = \frac{E(\widetilde{C}_{x+1})}{1+r_U} + \frac{E(\widetilde{V}_{x+1}^u)}{1+r_U} \tag{2}$$

[3] Dies ergibt sich aus den Ausführungen auf S. 725 bei Miles/Ezzell (1980).

Diese Gleichung besagt, dass der Gesamtzahlungsstrom aus erwartetem Cash Flow und Unternehmenswert im Zeitpunkt $x+1$ mit dem Zins r_U diskontiert werden muss, um dessen Barwert im Zeitpunkt x zu erhalten[4]. Unter den Annahmen von Miles/Ezzell ist aber r_U auch der adäquate Zins zur alleinigen Diskontierung des erwarteten Cash Flows $E\left(\widetilde{C}_{x+1}\right)$. Aus Gleichung (2) folgt dann, dass der erwartete Unternehmenswert der rein eigenfinanzierten Unternehmung des Zeitpunkts $x+1$ ebenfalls mit dem Zins r_U diskontiert werden muss, um dessen Barwert im Zeitpunkt x zu berechnen[5]. Miles/Ezzell unterstellen also, dass der zukünftige Unternehmenswert eine Zufallsvariable ist, deren bewertungsrelevantes Risiko dem der Cash Flows entspricht[6].

Aus dieser Annahme bezüglich der zukünftigen Unternehmenswerte ergeben sich direkte Auswirkungen auf die Berechnung des Barwerts zukünftiger Steuerersparnisse aus Fremdfinanzierung (des sogenannten Tax Shield). Das Tax Shield einer teilweise fremdfinanzierten Unternehmung im Zeitpunkt t berechnet sich gemäß $s \cdot r_F \cdot \widetilde{F}_t$[7]. $\widetilde{F}_t$ ist dabei das aufgenommene Fremdkapitalvolumen der Unternehmung im Zeitpunkt t. Die Höhe dieses Fremdkapitalvolumens wird im Modell von Miles/Ezzell über den konstanten Verschuldungsgrads L an den (unsicheren) Unternehmenswert des vorangegangenen Zeitpunkts geknüpft. Es gilt $\widetilde{F}_t = L \cdot \widetilde{V}_{t-1}^F$, so dass im Zeitpunkt t das Tax Shield $s \cdot r_F \cdot L \cdot \widetilde{V}_{t-1}^F$ beträgt.

Diese Zahlung ist im Zeitpunkt $t-1$ eine sichere Größe, da dann bereits bekannt ist, welche Ausprägung der Unternehmenswert $\widetilde{V}_{t-1}^F$ angenommen hat. Zur Berechnung des Barwerts des Tax Shields müsste das Tax Shield des Zeitpunkt t einmal mit dem sicheren Zins diskontiert werden. Aus Sicht aller Zeitpunkte vor $t-1$ ist das Tax Shield des Zeitpunkts t jedoch unsicher und muss mit einem risikoadäquaten Zinssatz diskontiert werden. Da die Größen s, r_F und L annahmegemäß konstant sind, stammt das Risiko des Tax Shields allein aus dem Risiko des Unternehmenswerts der teilweise fremdfinanzierten Unternehmung. Es lässt sich nun zeigen, dass das teilweise fremdfinanzierte Unternehmen und das rein eigenfinanzierte Unternehmen identische bewertungsrelevante Risiken aufweisen[8]. Aus diesem Grund entspricht der risikoadäquate Diskontierungszins für das Tax Shield vor dem Zeitpunkt $t-1$ dem risikoadäquaten Diskontierungszins für den Unternehmenswert der rein eigenfinanzierten Unternehmung r_U. Es folgt, dass das Tax Shield im Zeitpunkt t einmal mit dem Fremdkapitalzinssatz und $t-1$ mal mit r_U diskontiert werden muss, um dessen Barwert in $t=0$ zu berechnen[9]:

$$b = \frac{s \cdot r_F \cdot L \cdot E\left(\widetilde{V}_{t-1}\right)}{\left(1+r_F\right) \cdot \left(1+r_U\right)^{t-1}}. \tag{3}$$

Damit beträgt der Barwert der Summe aller Steuervorteile im Zeitpunkt $t=0$:

$$B = \sum_{t=1}^{T} \frac{s \cdot r_F \cdot L \cdot E\left(\widetilde{V}_{t-1}^F\right)}{\left(1+r_F\right) \cdot \left(1+r_U\right)^{t-1}}. \tag{4}$$

Miles/Ezzell haben nun gezeigt, dass aus diesen Überlegungen folgende Bewertungsgleichung für die teilweise fremdfinanzierte Unternehmung folgt:

$$V_x^F = \sum_{t=x+1}^{T} \frac{E\left(\widetilde{C}_t\right)}{\left(1+WACC\right)^{t-x}}$$

mit

$$WACC = \left(1+r_U\right) \cdot \left(1 - \frac{s \cdot r_F}{1+r_F} L\right) - 1. \tag{5}$$

4 Gleiches gilt für den Beitrag von Löffler (2001), S. 7-11. Die relevante Bewertungsgleichung findet sich auf S. 8.

5 Vgl. Miles/Ezzell (1980), S. 723 ff.

6 Vgl. Miles/Ezzell (1980), S. 724. Die von Löffler aufgestellte Fundamentalannahme (vgl. Löffler (2001), S. 8 und auch Richter (2001), S. 178) stellt genau dies sicher. Allerdings ist anzumerken, dass die Erfüllung der Fundamentalannahme hinreichend aber nicht notwendig ist, damit die Unternehmenswerte das gleiche bewertungsrelevante Risiko beinhalten wie die Cash Flows. Entsprechend ist die Fundamentalannahme auch nicht für die Anwendbarkeit der Miles/Ezzell-Formel notwendig.

7 Vgl. statt aller Grinblatt/Titman (2002), S. 510.

8 Siehe Miles/Ezzell (1985), S. 725 und Löffler (1998), S. 5.

9 Bei unendlich kleinen Perioden entfällt die einmalige Abzinsung mit dem sicheren Zins, da in der Grenzbetrachtung die einzelne Periode keine Rolle für den Unternehmenswert spielt. Vgl. Harris/Pringle (1985), S. 240 und Richter (1998), S. 382.

3. Die Beispiele von Löffler

3.1. Beispiel 1

Löffler hat für zwei Beispiele gezeigt, dass bei Anwendung der Miles/Ezzell-Formel zur Unternehmensbewertung eine Arbitragegelegenheit auf dem Kapitalmarkt besteht. Im ersten Beispiel wird für das zu bewertende Unternehmen folgende Zahlungsstruktur unterstellt:

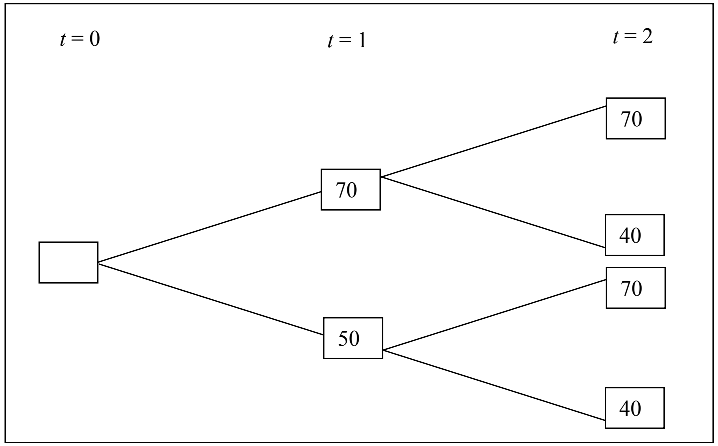

Abbildung 1: Cash Flows im ersten Beispiel von Löffler

Für jeden Knoten wird angenommen, dass die Nachfolgeknoten gleich wahrscheinlich sind. Der sichere Zins beträgt $r_F = 5\%$ und die Kapitalkosten der rein eigenfinanzierten Unternehmung sind $r_U = 10\%$. Neben einem Steuersatz von $s = 25\%$ wird ein Verschuldungsgrad von $L = 57{,}345\%$ unterstellt. Aus diesen Angaben berechnet Löffler die Unternehmenswerte der teilweise fremdfinanzierten Unternehmung in $t = 0$ und $t = 1$ gemäß der Miles/Ezzell-Formel (5). Diese können der folgenden Grafik entnommen werden:

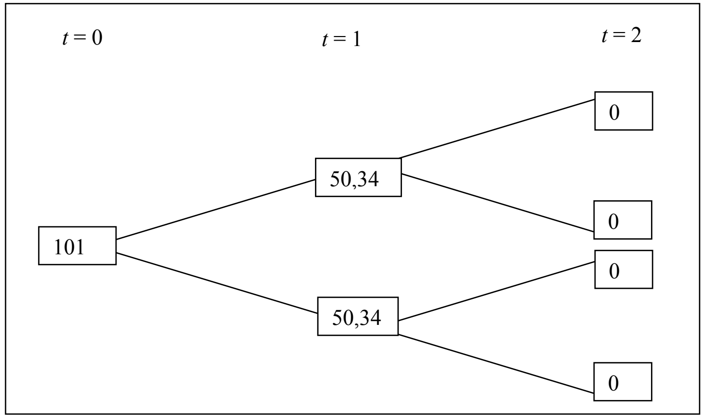

Abbildung 2: Unternehmenswerte im ersten Beispiel von Löffler

Da der Wert der rein eigenfinanzierten Unternehmung in $t = 0$ 100 beträgt[10], kann folgendes Arbitragetableau aufgestellt werden:

	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$
Kauf verschuldete Unternehmung	- 101	$\tilde{C}_1 + \overbrace{0{,}7226}^{\text{Tax Shield}}$	$\tilde{C}_2 + \overbrace{0{,}3602}^{\text{Tax Shield}}$
Verkauf unverschuldete Unternehmung	100	$-\tilde{C}_1$	$-\tilde{C}_2$
Geldaufnahme	1	- 1,05	
Geldaufnahme		0,3274	-0,3438
Summe	0	0	0,0164

Tabelle 2: Arbitragetableau im ersten Beispiel von Löffler

Somit besteht eine Arbitragemöglichkeit, da ohne Einsatz von Geldmitteln eine positive Einzahlung in $t = 2$ generiert werden kann. Dies ist aber nur darauf zurückzuführen, dass im Beispiel die Voraussetzungen zur Anwendung der Miles/Ezzell-Formel nicht gegeben sind. Aus Abbildung 2 wird deutlich, dass der Unternehmenswert in $t = 1$ sicher ist. Deshalb ist auch in $t = 0$ die Höhe des Tax Shields für $t = 2$ schon mit Sicherheit bekannt. Wenn nun aber die Miles/Ezzell-Formel angewandt wird, unterstellt man, dass dieses aus heutiger Sicht sichere Tax Shield einmal mit dem um eine Risikoprämie erhöhten Zins r_U diskontiert werden muss.

10 $V_0^U = \frac{E(\tilde{C}_1)}{1+r_U} + \frac{E(\tilde{C}_2)}{\left(1+r_U\right)^2} = 100.$

Dass dies auf einem vollkommenen Kapitalmarkt zu Arbitragegelegenheiten führt, ist nicht weiter verwunderlich[11]. Entsprechend berechnet sich der Arbitragegewinn in $t = 2$ als:

$$\left(\overbrace{\frac{s\cdot r_F\cdot L\cdot V_1^F}{\left(1+r_F\right)^2}}^{\text{Annahmenkonforme Bewertung}} - \overbrace{\frac{s\cdot r_F\cdot L\cdot V_1^F}{\left(1+r_U\right)\cdot\left(1+r_F\right)}}^{\text{Miles/Ezzel-Bewertung}}\right)\left(1+r_F\right)^2 \approx 0{,}0164\,. \qquad (6)$$

Diese Formel ist folgendermaßen zu interpretieren: Im Beispiel ist bereits in $t = 0$ die Höhe des Tax Shields im Zeitpunkt $t = 2$ sicher. Deshalb wird dieses zur Berechnung des Barwerts in $t = 0$ zweifach mit dem sicheren Zins (der r_F entspricht) diskontiert (erster Term in der Klammer). Miles/Ezzell unterstellen hingegen, dass das Tax Shield des Zeitpunkts $t = 2$ zwar in $t = 1$ sicher, aus Sicht von $t = 0$ aber unsicher ist. Deshalb wird das Tax Shield einmal mit dem sicheren Zinssatz r_F und einmal mit dem Zinssatz r_U diskontiert (zweiter Term in der Klammer). Da dies für das Beispiel nicht sinnvoll ist, entsteht ein Arbitragegewinn, dessen Endwert in $t = 2$ dem von Löffler berechneten Wert entspricht. Dieser ist somit letztlich darauf zurückzuführen, dass der Unternehmenswert in $t = 1$ sicher ist, weshalb die Formel von Miles/Ezzell nicht zur Bewertung der Unternehmung in dem Beispiel herangezogen werden darf.

3.2. Beispiel II

Ein weiteres von Löffler präsentiertes Beispiel mit Arbitragemöglichkeit bei Verwendung der Miles/Ezzell-Formel hat folgende Zahlungsstruktur:

[11] Die Arbitragemöglichkeit ist allerdings unabhängig von der Finanzierung der Unternehmung, da der sichere Unternehmenswert in $t = 1$ auch bei der Bewertung einer rein eigenfinanzierten Unternehmung mittels der Bewertungsgleichung (1) mit dem risikoadjustierten Zins r_U diskontiert wird. Deshalb ist der Wert der rein eigenfinanzierten Unternehmung zu niedrig und es ergibt sich eine Arbitragemöglichkeit, vgl. Schwetzler/Rapp (2002), S. 502 (504).

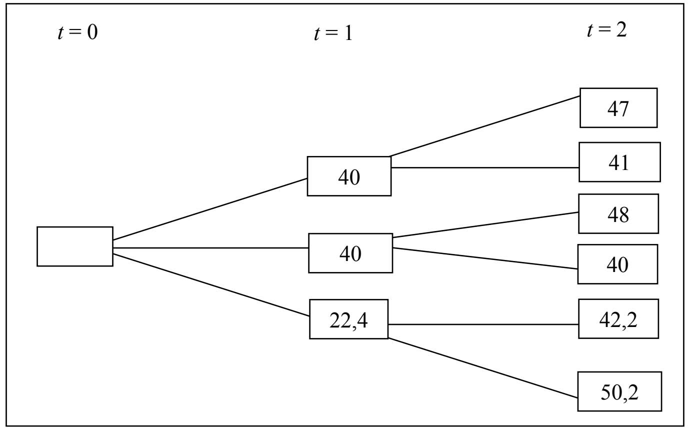

Abbildung 3: Cash Flows im zweiten Beispiel von Löffler

Der Verschuldungsgrad wird auf 79,01031% festgelegt, alle anderen Annahmen bleiben bestehen. Somit berechnen sich folgende Unternehmenswerte für die teilweise verschuldete Unternehmung:

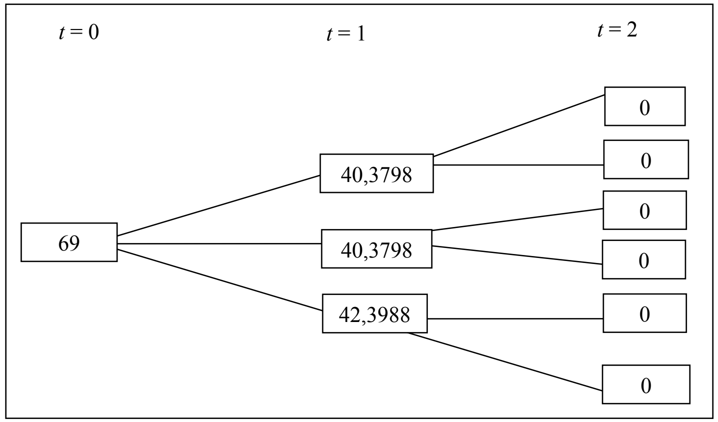

Abbildung 4: Unternehmenswerte im zweiten Beispiel von Löffler

Es wird deutlich, dass in diesem Beispiel der Unternehmenswert in $t=1$ unsicher ist. Dennoch kann folgendes Arbitragetableau aufgestellt werden, wobei der Wert der unverschuldeten Unternehmung in $t=0$ sich gemäß $\frac{44{,}7\overline{3}}{1{,}1^2}+\frac{34{,}1\overline{3}}{1{,}1}=68$ berechnet[12]:

	$t=0$	$t=1$	$t=2$
Kauf verschuldete Unternehmung	- 69	$\widetilde{C}_1+0{,}6815$	$\widetilde{C}_2+\{0{,}3988;0{,}4187\}$
Verkauf unverschuldete Unternehmung	68	$-\widetilde{C}_1$	$-\widetilde{C}_2$
Geldaufnahme	1	- 1,05	
Geldaufnahme		0,3686	-0,3870
Summe	0	0	$\{0{,}0118;0{,}0317\}$

Tabelle 3: Arbitragetableau im zweiten Beispiel von Löffler

Die Klammern in der letzten Spalte stellen die möglichen Werte dar, die das Tax Shield bzw. die Summe der Zahlungsströme annehmen kann. Somit ist auch hier die Generierung einer positiven Zahlung in $t=2$ ohne Kapitaleinsatz möglich. Allerdings kann – im Gegensatz zum vorherigen Beispiel – die Höhe des Arbitragegewinns nicht genau bestimmt werden. Er beträgt aber mindestens 0,0118.

Die Erklärung hierfür ist darin zu sehen, dass eine Anwendung der Miles/Ezzell-Formel einen Kapitalmarkt unterstellt, der nicht arbitragefrei ist. Bei Miles/Ezzell wird unterstellt, dass die zukünftigen unsicheren Unternehmenswerte (und damit auch das Tax Shield) mit dem gleichen Zins r_U diskontiert werden wie die Cash Flows. Mit anderen Worten: Auf dem Kapitalmarkt muss ein Zahlungsstrom gehandelt werden, der die gleichen bewertungsrelevanten Charakteristika aufweist wie der Unternehmenswert in $t=1$[13]. Dieser Zahlungsstrom wird zu einem Marktpreis gehandelt, der sich gemäß

$$V_0^U=\frac{E\left(\widetilde{V}_1^U\right)}{1+r_U} \tag{7}$$

12 Aufgrund der Aufrundung auf vier Nachkommastellen stimmt die Summe in der zweiten Spalte nicht genau mit den Daten überein. Bei genauer Berechnung sind die angegebenen Werte jedoch richtig.

13 Dies geht direkt aus den Überlegungen von Miles/Ezzell hervor. Vgl. Miles/Ezzell (1980), S. 725.

berechnen lässt. Nur wenn ein solcher Zahlungsstrom auf dem Kapitalmarkt gehandelt und gemäß Gleichung (7) bewertet wird, ist eine Anwendung der Miles/Ezzell-Formel zulässig. Gleichzeitig muss auf einem arbitragefreien Markt die Bedingung

$$V_0^U\cdot\left(1+r_f\right)\geq V_{1\min}^U. \tag{8}$$

erfüllt sein. Dabei bezeichnet $V_{1\min}^U$ die kleinstmögliche Ausprägung, die der Unternehmenswert der rein eigenfinanzierten Unternehmung im Zeitpunkt $t=1$ annehmen kann. Wenn die Bedingung (8) nicht erfüllt ist, besteht auf dem Kapitalmarkt eine einfache Arbitragegelegenheit. Ein Arbitrageur nimmt die Geldmenge V_0^U auf und erwirbt den Zahlungsstrom $\widetilde{V}_1^U$. Der Cash Flow in $t=1$ übersteigt auf jeden Fall die Rückzahlungsverpflichtung $V_0^U\cdot\left(1+r_f\right)$ und gleichzeitig erzielt der Arbitrageur einen Gewinn, der auf jeden Fall positiv ist.

Setzt man nun Gleichung (7) in Bedingung (8) ein, resultiert für einen arbitragefreien Markt die Bedingung:

$$\frac{E\left(\widetilde{V}_1^U\right)}{1+r_U}\cdot\left(1+r_f\right)\geq V_{1\min}^U. \tag{9}$$

Genau dies ist im Beispiel von Löffler aber nicht erfüllt. Dort gilt für die rein eigenfinanzierte Unternehmung[14]:

$$\frac{E\left(\widetilde{V}_1^U\right)}{1+r_U}\cdot\left(1+r_f\right)=\frac{40{,}\overline{6}}{1{,}1}\cdot 1{,}05=38{,}\overline{81}<40=V_{1\min}^U. \tag{10}$$

Damit ist gezeigt, dass der Kapitalmarkt im Beispiel von Löffler nicht arbitragefrei sein kann, wenn die Voraussetzungen von Miles/Ezzell erfüllt sind. Damit der Kapitalmarkt arbitragefrei ist, muss der Wert V_0^U größer als der Bruch $\frac{E\left(\widetilde{V}_1^U\right)}{1+r_U}$ sein. Bei konstantem Erwartungswert muss der adäquate Diskontierungszins (und damit das bewertungsrelevante Risiko) für

14 Der Wert der rein eigenfinanzierten Unternehmung in $t=1$ errechnet sich gemäß $V_1^U=\frac{E\left(\widetilde{C}_2\right)}{1+r_U}$ und beträgt in den beiden oberen Knoten in $t=1$ 40 und im unteren Knoten 42.

den erwarteten Unternehmenswert der rein eigenfinanzierten Unternehmung kleiner sein als r_U. Die von Löffler gezeigte Arbitragemöglichkeit ist auf die Preissetzung am Kapitalmarkt und nicht auf die Miles/Ezzell-Formel zurückzuführen.

4. Verallgemeinerung der Miles/Ezzell-Analyse

4.1. Analyse bei allgemeiner Bewertungsgleichung

Die zuvor dargestellten Überlegungen haben verdeutlicht, dass die Miles/Ezzell-Formel nur dann zur Bewertung von Unternehmen verwandt werden darf, wenn die zukünftigen Unternehmenswerte in jedem Zeitpunkt das gleiche bewertungsrelevante Risiko aufweisen wie die Cash Flows. Dass ein solcher Zusammenhang zwischen Cash Flows und Unternehmenswerten bestehen muss, ist aber nicht ökonomisch intuitiv plausibel. Das bewertungsrelevante Risiko des Cash Flows in einem Zeitpunkt t wird durch die besonderen Gegebenheiten in der Periode unmittelbar vor diesem Zeitpunkt bestimmt. Demgegenüber wird das bewertungsrelevante Risiko der Unternehmenswerte durch die Gegebenheiten in den Perioden nach dem Zeitpunkt t determiniert. Diese Gegebenheiten können durchaus voneinander abweichen. Zur Verdeutlichung kann eine Unternehmung betrachtet werden, deren Cash Flows in jeder zukünftigen Periode zwar das gleiche bewertungsrelevante Risiko aufweisen aber stochastisch voneinander unabhängig sind.[15] Dann sind die zukünftigen Unternehmenswerte in jedem Zeitpunkt sicher, während die Cash Flows unsicher sind[16].

Aus den angestellten Überlegungen folgt die Frage, wie sich die von Miles/Ezzell hergeleitete Formel verändern würde, wenn die bewertungsrelevanten Risiken von zukünftigen Unternehmenswerten und Cash Flows voneinander abweichen. Um dies zu zeigen, wird im folgenden unterstellt, dass der adäquate Zins zur Diskontierung des Unternehmenswerts der rein eigenfinanzierten Unternehmung im Zeitpunkt t durch r_t^* gekennzeichnet sei. Der Zins zur *einmaligen* Diskontierung der Cash Flows betrage r_U^* und ist konstant. Wenn das zu bewertende Projekt zum letzten mal im Zeitpunkt T einen Cash Flow erwirtschaftet, so ergibt sich der Unternehmenswert im Zeitpunkt $T-1$ als:

$$V_{T-1}^U = \frac{E(\widetilde{C}_T)}{1+r_U^*} \tag{11}$$

[15] Dies entspricht der Situation in Löfflers erstem Beispiel.

[16] Vgl. Drukarczyk/Honold (1999), S. 338.

und für den Zeitpunkt $T-2$ als:

$$V_{T-2}^U = \frac{E(\widetilde{C}_{T-1})}{1+r_U^*} + \frac{E(\widetilde{V}_{T-1}^U)}{1+r_{T-1}^*} = \frac{E(\widetilde{C}_{T-1})}{1+r_U^*} + \frac{E(\widetilde{C}_T)}{(1+r_U^*)\cdot(1+r_{T-1}^*)}. \tag{12}$$

Wird nun weiter rekursiv vorgegangen, so ergibt sich der Unternehmenswert in $t=0$ gemäß[17]:

$$V_0^U = \sum_{t=1}^{T} \frac{E(\widetilde{C}_t)}{(1+r_U^*)\cdot\prod_{i=0}^{t-1}(1+r_i^*)}. \tag{13}$$

Dies ist die Bewertungsgleichung, die für die folgende Analyse benötigt wird. Sie kann wie folgt interpretiert werden: Um den unsicheren Cash Flow in einen Unternehmenswert „zu transformieren“ muss dieser einmal mit dem risikoadäquaten Zins r_U^* diskontiert werden. Wenn jetzt dieser Unternehmenswert weiter diskontiert werden soll, muss für jede Periode der adäquate Diskontierungszins für den Unternehmenswert und nicht der für die Cash Flows angewandt werden.

Wie würde sich nun die Analyse von Miles/Ezzell verändern, wenn die Bewertungsgleichung (13) als Ausgangspunkt gewählt werden würde? Um dies zu zeigen, wird wiederum rekursiv vorgegangen. Auf einem arbitragefreien Kapitalmarkt besitzt das teilweise fremdfinanzierte Unternehmen in $T-1$ einen Unternehmenswert, der sich aus dem Barwert des unsicheren Cash Flows der rein eigenfinanzierten Unternehmung $\widetilde{C}_T$ und dem Barwert des Tax Shields zusammensetzt. Dabei ist das Tax Shield aus Sicht des Zeitpunkts $T-1$ sicher, da der realisierte Unternehmenswert bereits bekannt ist und damit auch die Höhe des aufgenommenen Fremdkapitals. Es gilt also:

$$V_{T-1}^F = \frac{E(\widetilde{C}_T)}{1+r_U^*} + \frac{s\cdot r_F\cdot L\cdot V_{T-1}^F}{1+r_F} \tag{14}$$

$$\Leftrightarrow V_{T-1}^F = \frac{E(\widetilde{C}_T)}{(1+r_U^*)\cdot\left(1-\frac{sr_F L}{1+r_F}\right)}. \tag{15}$$

[17] Es gilt $r_0^*=0$, da der aktuelle Unternehmenswert nicht weiter diskontiert wird.

Für den Zeitpunkt $T-2$ gilt:

$$V_{T-2}^F = \frac{E(\widetilde{C}_{T-1})}{1+r_U^*} + \frac{s \cdot r_F \cdot L \cdot V_{T-2}^F}{1+r_F} + \frac{E(\widetilde{V}_{T-1}^F)}{1+\rho_{T-1}}. \tag{16}$$

Dabei stellt ρ_{T-1} den adäquaten Diskontierungszins dar, der zur Abzinsung des Unternehmenswerts der verschuldeten Unternehmung aus dem Zeitpunkt $T-1$ verwandt wird. Aus Gleichung (16) kann aber geschlossen werden, dass immer $\rho_t = r_t^*$ gelten muss[18], wenn die Fremdkapitalzinsen, der Verschuldungsgrad und der Steuersatz konstant sind. Die adäquaten Diskontierungszinsen für den Unternehmenswert des teilweise fremdfinanzierten Unternehmens und des rein eigenfinanzierten Unternehmens sind stets identisch. Somit gilt:

$$V_{T-2}^F = \frac{E(\widetilde{C}_{T-1})}{1+r_U^*} + \frac{s \cdot r_F \cdot L \cdot V_{T-2}^F}{1+r_F} + \frac{E(\widetilde{V}_{T-1}^F)}{1+r_{T-1}^*}. \tag{17}$$

Durch Einsetzen von (15) und auflösen nach V_{T-2}^F erhält man:

$$V_{T-2}^F = \frac{E(\widetilde{C}_{T-1})}{(1+r_U^*)\cdot\left(1-\frac{s \cdot r_F \cdot L}{1+r_F}\right)} + \frac{E(\widetilde{C}_T)}{(1+r_U^*)\cdot(1+r_{T-1}^*)\cdot\left(1-\frac{s \cdot r_F \cdot L}{1+r_F}\right)^2}. \tag{18}$$

Wird nun weiter rekursiv bis zum Zeitpunkt $t=0$ vorgegangen, so resultiert die Bewertungsgleichung:

$$V_0^F = \sum_{t=1}^{T} \frac{E(\widetilde{C}_t)}{(1+r_U^*)\cdot\left(1-\frac{s \cdot r_F \cdot L}{1+r_F}\right)^t \cdot \prod_{i=1}^{t}(1+r_{i-1}^*)}. \tag{19}$$

Mittels dieser Gleichung kann unter Rückgriff auf die Cash Flows der rein eigenfinanzierten Unternehmung die teilweise fremdfinanzierte Unternehmung bewertet werden, sofern Steuersatz, Fremdkapitalkosten und Verschuldungsgrad konstant sind.

[18] Vgl. Miles/Ezzell (1980), S. 725 und Löffler (1985), S. 5.

4.2. Übergang zu Miles/Ezzell

Um nun von Gleichung (19) zur Miles/Ezzell-Formel zu gelangen, sind zwei weitere Schritte notwendig. Zum ersten muss die Annahme getroffen werden, dass die Diskontierungszinsen für die Unternehmenswerte im Zeitablauf konstant sind $(r_t^* = r^*)$[19]. Dann vereinfacht sich Gleichung (19) zu:

$$V_0^F = \frac{1+r^*}{1+r_U^*} \cdot \sum_{t=1}^{T} \frac{E(\widetilde{C}_t)}{WACC^t}$$

mit

$$WACC = (1+r^*)\cdot\left(1-\frac{s \cdot r_F \cdot L}{1+r_F}\right). \tag{20}$$

Nur wenn man nun noch zusätzlich annimmt, dass die zukünftigen Unternehmenswerte mit dem gleichen Zins zu diskontieren sind wie die erwarteten Cash Flows $(r^* = r_U^*)$, folgt die Bewertungsgleichung von Miles/Ezzell. Sie ist ein Sonderfall der hier abgeleiteten Gleichung.

5. Anwendung der Bewertungsgleichung

Um die Richtigkeit der angestellten Überlegungen nochmals zu verdeutlichen, soll die hergeleitete Bewertungsgleichung auf das erste Beispiel von Löffler angewandt werden. Wesentliche weitere Annahmen waren ein Steuersatz von 25%, ein Verschuldungsgrad von 57,234% und $r_F = 5\%$. Außerdem gilt für den Zins zur *einmaligen* Diskontierung der Cash Flows $r_U^* = 10\%$. Der Übersichtlichkeit wird außerdem die Zahlungsstromstruktur nochmals wiedergegeben:

[19] Dies beinhaltet, dass das bewertungsrelevante Risiko der Unternehmenswerte im Zeitablauf konstant ist.

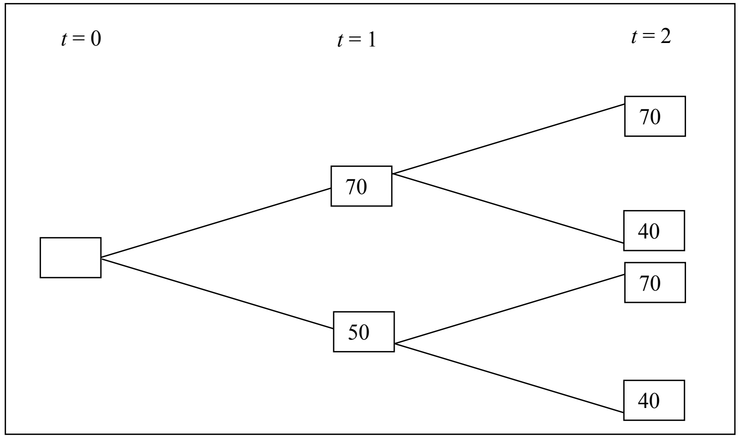

Abbildung 5: Cash Flows im ersten Beispiel von Löffler

Wie bereits erwähnt wurde, ist der Unternehmenswert im Zeitpunkt $t = 1$ bereits in $t = 0$ mit Sicherheit bekannt. Auf einem arbitragefreien Markt müsste dieser sichere Unternehmenswert mit dem sicheren Zins von 5% abgezinst werden. Somit gilt $r_1^* = 5\%$. Dies bedeutet, dass die unverschuldete Unternehmung gemäß Bewertungsgleichung (13) folgende Werte annimmt:

$$V_1^U = \frac{55}{1{,}1} = 50$$

$$V_0^U = \frac{60}{1{,}1} + \frac{55}{1{,}1 \cdot 1{,}05} = 102{,}1645\,.$$

Dies sind die Werte, mit denen die unverschuldete Unternehmung auf einem arbitragefreien Markt in den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 1$ gehandelt werden würde. Wenn nun die von Löffler angenommenen Werte eines Verschuldungsgrads von 57,234% und Steuersatzes von 25% eingesetzt werden, folgt aus Gleichung (19) für die Unternehmenswerte in $t = 1$ und $t = 0$:

$$E\left(\tilde{V}_1^F\right) = \frac{55}{1{,}1 \cdot 0{,}9932} = 50{,}3430$$

$$V_0^F = \frac{60}{1{,}1 \cdot 0{,}9932} + \frac{55}{1{,}1 \cdot 1{,}05 \cdot (0{,}9932)^2} = 103{,}1943.$$

Um die Richtigkeit dieser Werte zu überprüfen, wird die von Löffler verwandte Arbitragestrategie nochmals dargestellt. Hierzu muss das Tax Shield der verschuldeten Unternehmung in jeder Periode berechnet werden. Für das Tax Shield in $t = 1$ wird hierzu der Verschuldungsgrad von 57,234% mit dem eben berechneten Unternehmenswert V_0^F multipliziert. Für das Tax Shield in $t = 2$ erfolgt eine Multiplikation des Verschuldungsgrads mit $E\left(\tilde{V}_1^F\right)$. Es ergibt sich:

$$TS_1 = 0{,}7383\,,$$

$$TS_2 = 0{,}3602\,.$$

Löfflers Arbitragestrategie beruht darauf, das verschuldete Unternehmen zu kaufen und das unverschuldete Unternehmen zu verkaufen. Etwaige benötigte Geldmittel werden am Kapitalmarkt zum sicheren Zins von 5% aufgenommen. Es ergibt sich folgendes Arbitragetableau:

	$t = 0$	**$t = 1$**	**$t = 2$**
Kauf verschuldete Unternehmung	- 103,1943	$\tilde{C}_1 + 0{,}7383$	$\tilde{C}_2 + 0{,}3602$
Verkauf unverschuldete Unternehmung	102,1645	$-\tilde{C}_1$	$-\tilde{C}_2$
Geldaufnahme	1,0298	- 1,0813	
Geldaufnahme		0,343	-0,3602
Summe	0	0	0

Tabelle 4: Arbitragetableau im ersten Beispiel von Löffler bei Verwendung der richtigen Bewertungsgleichung

Es existiert keine Arbitragemöglichkeit, wenn die hier hergeleitete Formel verwandt wird.

6. Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde erläutert, dass die von Miles/Ezzell durchgeführte Analyse zur Bewertung von Unternehmen implizit unterstellt, dass das Risiko der zukünftigen Unternehmenswerte dem Risiko der erwarteten Einzahlungsüberschüsse entspricht. Nur bei Erfüllung dieser Voraussetzung, ist eine Anwendung ihrer Formel auch ökonomisch sinnvoll. Die Annahme identischer Risiken bei zukünftigen Unternehmenswerten und Cash Flows ist allerdings nicht intuitiv plausibel. Das bewertungsrelevante Risiko des Cash Flows in einem Zeitpunkt wird durch die ökonomischen Gegebenheiten in der Periode bestimmt, die unmittelbar vor diesem Zeitpunkt liegt. Demgegenüber wird das bewertungsrelevante Risiko der Unternehmenswerte durch die ökonomischen Gegebenheiten in den Perioden nach dem Zeitpunkt t determiniert. Diese Gegebenheiten können durchaus voneinander abweichen. Deshalb wurde eine allgemeingültige Bewertungsgleichung hergeleitet, bei der die zukünftigen Unternehmenswerte ein anderes Risiko aufweisen können als die Cash Flows. Es zeigte sich zum einen, dass die Miles/Ezzell-Formel nur einen Spezialfall dieser allgemeinen Bewertungsgleichung darstellt. Zum anderen wurde nachgewiesen, dass die von Löffler im Zusammenhang mit der Miles/Ezzell-Formel aufgezeigte Arbitragemöglichkeit bei Anwendung der hier hergeleiteten Bewertungsgleichung nicht mehr besteht.

Literaturverzeichnis

Drukarczyk, Jochen/Honold, Dirk (1999): Unternehmensbewertung, DCF-Methoden und der Wert steuerlicher Finanzierungsvorteile, in: *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft*, 1999, S. 333 – 408.

Harris, Robert S./Pringle, John J. (1985): Risk-Adjusted Discount Rates – Extensions from the Average-Risk Case, in: *Journal of Financial Research*, 1985, S. 237 – 244.

Grinblatt, Mark/ Titman, Sheridan (2002): Financial Markets and Corporate Strategy. 2. Aufl. Boston 2002.

Löffler, Andreas (1998): WACC approach and Nonconstant Leverage Ratio, Diskussionspapier der freien Universität Berlin.

Löffler, Andreas (2001): Miles-Ezzell's WACC Approach Yields Arbitrage, Diskussionspapier der Universität Hannover Nr. 248.

Löffler, Andreas (2002a): Gewichtete Kapitalkosten (WACC) in der Unternehmensbewertung, in: *Finanzbetrieb*, 2002, S. 296 – 297.

Löffler, Andreas (2002b): Gewichtete Kapitalkosten (WACC) in der Unternehmensbewertung, in: *Finanzbetrieb*, 2002, S. 505 – 509.

Miles, James A./Ezzell, James A. (1980): The Weighted Average Cost of Capital, Perfect Capital Markets, and Project Life: A Clarification, in: *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1980, S. 719 – 730.

Richter, Frank (1998): Unternehmensbewertung bei variablem Verschuldungsgrad, in: *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft*, 1998, S. 379 – 389.

Richter, Frank (2001): Simplified Discounting Rules in Binomial Models, in: *Schmalbach Business Review*, 2001, S. 175 – 196.

Schwetzler, Bernhard/Rapp, James A. (2002): Arbitrage, Kapitalkosten und die Miles/Ezzell-Anpassung im zweiperiodigen Binomialmodell, in: *Finanzbetrieb*, 2002, S. 502 – 505.

Tham, Joseph/Löffler, Andreas (2002): The Miles & Ezzell WACC Reconsidered, SSRN Working Paper.